

Interazione Radiazione - Materia

Antonio Di Domenico

Dipartimento di Fisica

Università di Roma "La Sapienza"



Indice

➤ **Concetti preliminari**

grandezze fondamentali e loro unità di misura, sezione d'urto, cammino libero medio

➤ **Interazioni delle Particelle Cariche**

particelle pesanti, elettroni e positroni
ionizzazione, scattering coulombiano, irraggiamento

➤ **Interazioni dei Fotoni**

effetto fotoelettrico, Compton, creazione coppie e^+e^-

Concetti preliminari

1. Grandezze fondamentali

Energia E [eV] – energia acquisita da un elettrone sottoposto alla d.d.p. di 1 Volt

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Multipli: keV, MeV, GeV, TeV, ...

Massa a riposo m [eV/c²] – misurata tramite $E = mc^2$

$$1 \text{ eV}/c^2 = 1.78 \times 10^{-36} \text{ kg}$$

Impulso p [eV/c] – misurata tramite $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$

$$1 \text{ eV}/c = 0.535 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Concetti preliminari

2. Sorgenti radioattive

2 parametri fondamentali:

❖ **Attività** – n. di decadimenti al secondo → **Becquerel (Bq)**

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ dec./s}$$

N.B. – vecchia unità: **Curie (Ci)** → $1 \text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10} \text{ dec./s}$

❖ **Costante di decadimento** – velocità di decadimento

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N \quad [\lambda] = t^{-1}$$

Concetti preliminari

Grandezze derivate da λ :

- **vita media** τ - intervallo di tempo dopo il quale il n. iniziale di nuclei si è ridotto di un fattore **e**

$$\tau = \lambda^{-1}$$

- **tempo di dimezzamento** $t_{1/2}$ - intervallo di tempo dopo il quale metà dei nuclei iniziali è decaduta

$$t_{1/2} = \tau \ln 2 \cong 0.693 \tau$$

Fasci di particelle → **Flusso** Φ - n. particelle per unita' di tempo e di area

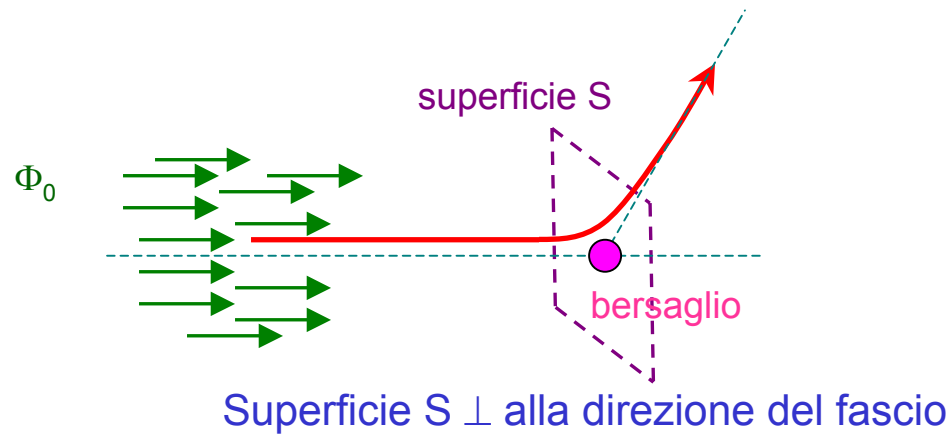
$$[\Phi] = t^{-1} L^{-2}$$

Concetti preliminari

- 3. Sezione d'urto** misura della **probabilità** che si verifichi un certo processo d'interazione

Fascio di particelle che incide su un bersaglio :

- Ipotesi** – fascio molto + esteso del bersaglio;
- particelle distribuite in modo uniforme nello spazio e nel tempo



Probabilità di colpire il bersaglio:

$$P = \frac{\text{proiezione del bersaglio su } S}{\text{Superficie trasversa } S} = \frac{\sigma}{S}$$

Numero particelle che colpiscono il bersaglio per unità di tempo e di area:

$$\Phi \text{ diffuso} = \Phi \text{ incidente} \times P = \frac{\sigma \Phi_0}{S}$$

Concetti preliminari

- ✓ natura **casuale** del processo → **valori medi** su un numero elevato di intervalli di tempo di durata finita;
- ✓ $[\sigma] = L^2$ → posso immaginarla come l'area del centro di diffusione proiettata sul piano \perp alla direzione del fascio;
- ✓ **ordini di grandezza:**
 - $\sigma_{\text{atomica}} \approx 10^{-24} \text{ cm}^2$ (= 1 barn)
 - nucleo di raggio r → $\sigma_{\text{geom.}} = \pi r^2$
 $r \approx 10^{-13} \text{ cm}$ (= 1 fm) → $\sigma_{\text{geom.}} \approx 3 \times 10^{-26} \text{ cm}^2 = 30 \text{ mb}$

Concetti preliminari

Bersaglio reale: dimensioni finite → molti centri diffusori

Ipotesi – centri diffusori distribuiti uniformemente;

- bersaglio sottile (spessore = dx) → piccola probabilità che un centro diffusore sia esattamente dietro un altro



$N = n.$ centri/Volume → $n.$ centri su superficie $S \perp$ alla direzione di propagazione del fascio = $N S dx$



Probabilità di 1 collisione nello spessore dx :

$$dp = \frac{\Phi \text{ diffuso}}{\Phi \text{ incidente}} = \frac{\sigma \Phi_0 / S}{\Phi_0} N S dx = \underbrace{N \sigma}_{\downarrow W} dx$$

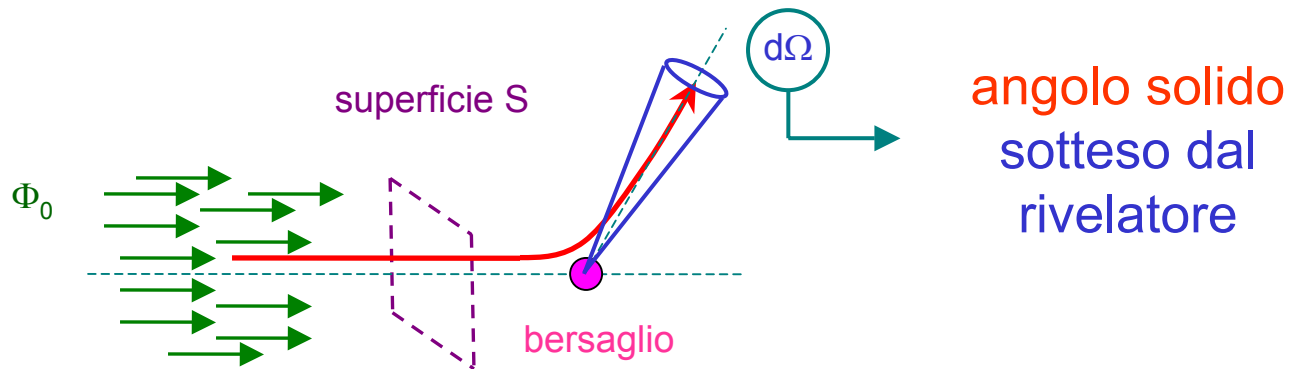
Concetti preliminari

N.B. – densità centri diffusori N $\left\{ \begin{array}{l} \text{nucleo} \rightarrow \rho N_0 / A \\ \text{elettroni} \rightarrow \rho N_0 Z / A \end{array} \right.$

- ρ = densità materiale;
- N_0 = n. di Avogadro (6.02×10^{23});
- A = n. di massa (n. protoni + n. neutroni);
- Z = n. atomico (n. elettroni)

Concetti preliminari

Rivelazione particelle **diffuse** → apparato di dimensioni **finite**



sezione d'urto differenziale

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Phi \text{ diffuso in } d\Omega}{\Phi_0 / S}$$

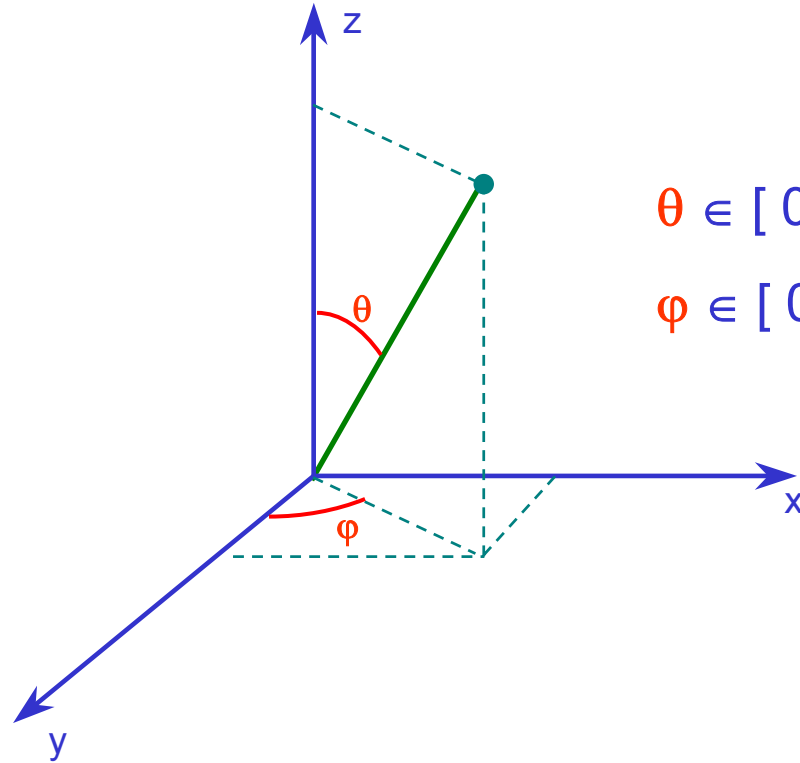
Concetti preliminari

Coordinate polari

$$d\Omega = \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$



sezione d'urto totale



$$\theta \in [0, \pi]$$

$$\varphi \in [0, 2\pi]$$

$$\sigma = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin\theta \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Concetti preliminari

4. Cammino Libero Medio

Situazione reale: bersaglio di spessore **finito** (arbitrario) x

Calcolo della probabilità che la particella **non** subisca interazioni in x : **probabilità di sopravvivenza**

- $P_0(x)$ = probabilità di **0** interazioni in x
- $w dx$ = probabilità di **1** interazione in $[x, x + dx]$

→ probabilità di **non** avere interazioni in $[0, x + dx]$:

$$P_0(x + dx) = P_0(x) (1 - w dx)$$



$$P_0(x) = e^{-w x}$$

Concetti preliminari

- probabilità di avere 1 interazione ovunque entro x

$$P_1(x) = 1 - P_0(x) = 1 - e^{-w x}$$

- probabilità di avere 1 interazione in $[x, x + dx]$ essendo sopravvissuto entro x

$$P'_1(x) dx = P_0(x) w dx = w e^{-w x} dx$$



cammino libero medio : distanza media percorsa dalla particella entro il mezzo senza subire collisioni

Concetti preliminari

$$\ell = \frac{\int dx x P_0(x)}{\int dx P_0(x)} = \frac{\int dx x e^{-w x}}{\int dx e^{-w x}} = \frac{1}{w} = \frac{1}{N \sigma}$$



$$P_0(x) = e^{-x/\ell}$$

N.B. – w e ℓ dipendono da : **interazione** (σ) & **materiale** (N) ;

– w = coefficiente d'assorbimento [w] = L^{-1} ;

– spessore attraversato in termini di **massa equivalente** $d\xi = \rho dx$
→ coefficiente d'assorbimento di massa: $\mu = w / \rho$

Radiazioni (Particelle)

4 tipi fondamentali di **radiazioni (particelle)** i cui processi d'interazione con la materia sono classificabili in base alle loro **proprietà elettromagnetiche** (e la loro massa)

Cariche

Neutre

particelle pesanti



neutroni (n)

protoni (p), muoni (μ), pioni (π), ...

elettroni



fotoni

raggi X, raggi γ

Particelle Cariche

Interazioni

1. collisioni inelastiche con e⁻ atomici ✓
2. diffusione elastica dal nucleo atomico ✓
3. reazioni nucleari
4. irraggiamento (bremsstrahlung) nel campo coulombiano del nucleo
5. emissione radiazione Čerenkov

✓ = dominanti



Effetti

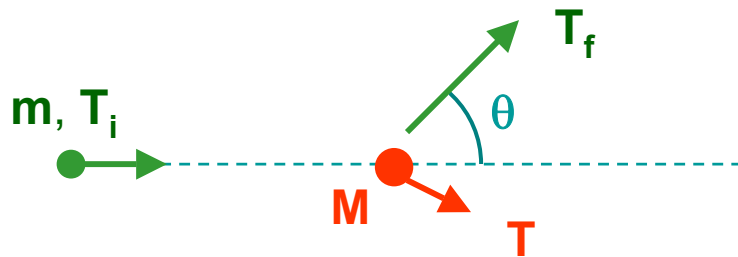
- ❖ perdita d'energia
- ❖ deflessione della traiettoria

Particelle Pesanti

ΔE essenzialmente tramite collisioni con e^- atomici ($\sigma \approx 10^7$ barn)

- Collisioni :
- i. soft \rightarrow eccitazione atomica
 - ii. hard \rightarrow ionizzazione atomica
(se e^- prodotto ionizza: knock-on)

Massimo trasferimento d'energia nella collisione:



$$\begin{aligned} T^{\max} &= T (\theta = \pi) \\ &= 4 \frac{m M}{(m + M)^2} T_i \end{aligned}$$

Particelle Pesanti

1. collisioni inelastiche con e⁻ atomici

$$m \gg M \rightarrow T^{\max} \cong 4 \frac{M}{m} T_i \rightarrow \text{piccola } \delta E \text{ nella singola collisione}$$

elevata densità del mezzo attraversato → grande n. di collisioni per cammino unitario → fluttuazioni molto piccole nella ΔE

→ possibile utilizzare il concetto di energia media persa per unità di cammino: stopping power dE/dx

2. diffusione elastica dal nucleo atomico ($\sigma_2 < \sigma_1$)

$$m \ll M \rightarrow T^{\max} \cong 4 \frac{m}{M} T_i \rightarrow \text{ancora piccola } \delta E$$

Stopping Power

Ipotesi

- i. e^- libero e in quiete
- ii. e^- si muove poco durante l'interazione
- iii. particella incidente non deflessa dall'interazione:
 $M (= m_e) \ll m$

Simbologia:

particella incidente:

v = velocità iniziale ($\beta = v/c$)

q = carica elettrica (in unità di e)

mezzo attraversato:

N_e = densità e^- atomici

ν = frequenza media del moto orbitale degli e^- atomici

Stopping Power

1) Teoria Classica (Bohr)

$$(\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2})$$

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_e \frac{q^2 e^4}{m_e v^2} \ln \left(\frac{\gamma^2 m_e v^3}{q e^2 v} \right)$$

2) Teoria Quantistica (Bethe & Bloch)

$$-\frac{dE}{dx} = 0.1535 \rho \frac{Z q^2}{A \beta^2} L(\beta)$$

$$L(\beta) = \ln \left(\frac{2 \gamma^2 m_e v^2 W_M}{I^2} \right) - 2 \beta^2$$

$I = h\nu$ = potenziale di
eccitazione medio

W_M = max. energia trasferita
nella collisione

Stopping Power

Campo elettrico della particella incidente polarizza gli atomi lungo il cammino → e^- lontani sentono campo elettrico + debole
→ collisioni con tali e^- danno contributo alla perdita d'energia
< di quello previsto dalla **Bethe & Bloch**



Alti β → maggiore influenza delle collisioni con e^- lontani → effetto densità riduzione dello **stopping power** → correzione δ
(? densità: polarizzazione del mezzo cresce con ρ !)

$\beta \leq$ velocità orbitale degli e^- atomici → non è più possibile considerare gli e^- stazionari rispetto alla particella incidente
→ correzione di **shell C**



$$L(\beta) \rightarrow L(\beta) - \delta - 2 \frac{C}{Z}$$

Mass Stopping Power

N.B. – conveniente riesprimere lo stopping power in funzione dello spessore in termini di massa equivalente $\xi = \rho x$

$$x \rightarrow \xi \quad \longrightarrow \quad -\frac{dE}{d\xi} = -\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = q^2 \frac{Z}{A} F(\beta, I)$$

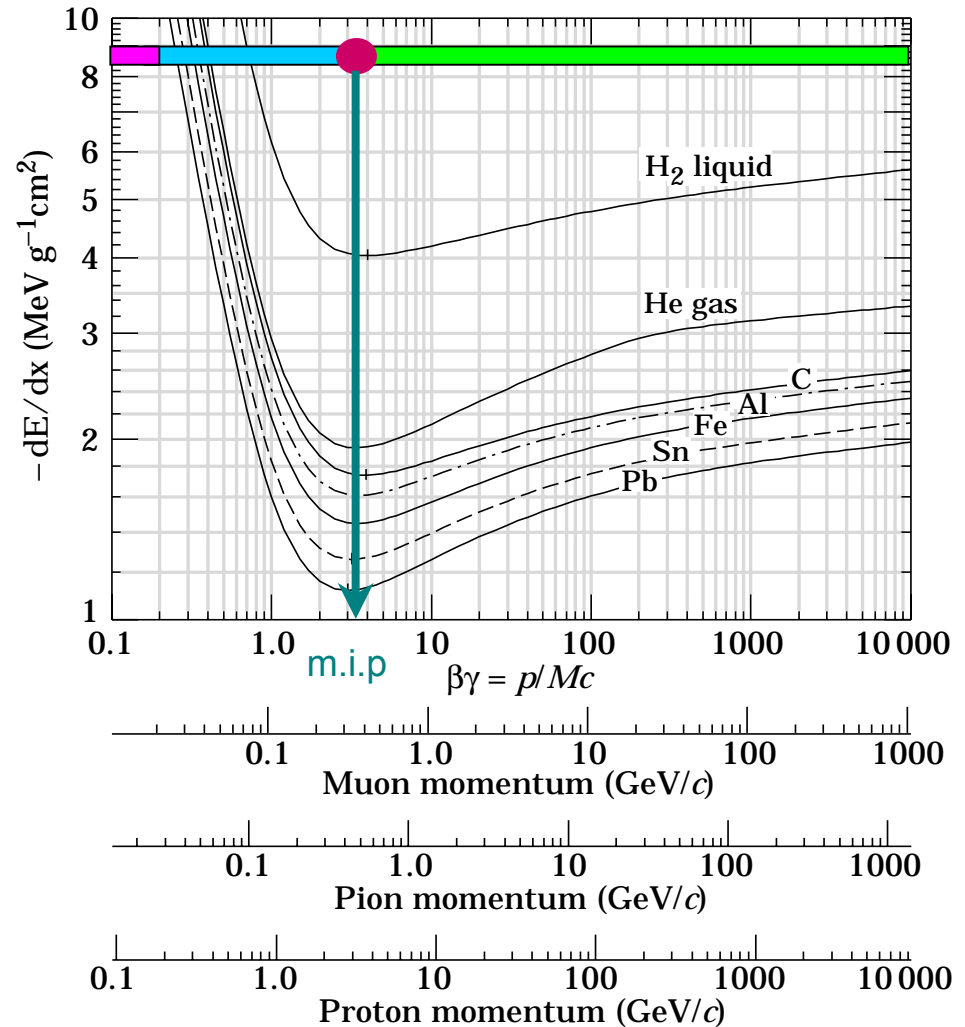
mass stopping power

per valori di Z non troppo diversi $\left\{ \begin{array}{l} \frac{Z}{A} \sim \text{costante} \\ \text{debole dipendenza} \\ \text{da } I(Z) \text{ (logaritmica)} \end{array} \right.$

$$\longrightarrow \quad -\frac{dE}{d\xi} \sim \text{indipendente dal materiale}$$

Mass Stopping Power

Mass Stopping Power
vs.
Energia particella
incidente



Mass Stopping Power

 $\beta < 0.2$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \beta$

 $0.2 < \beta < 0.96$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \frac{1}{\beta^2}$

dipendenza diversa per particelle \neq \rightarrow discriminazione (P.Id.)

 $\beta = 0.96$  minimo di ionizzazione (m.i.p.)

\sim costante per particelle di = carica: $q = 1 \rightarrow \cong 2 \text{ MeV} \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^2$

 $\beta > 0.96$  $-\frac{dE}{d\xi} \propto \ln \beta$

risalita relativistica attenuata dall'effetto densità

Elettroni & Positroni

Differenza fondamentale con le particelle pesanti: causa piccolo valore di m_e diviene importante l'irraggiamento !!

1. Collisioni inelastiche con e^- atomici

meccanismo uguale a quello per particelle pesanti, ma con 2 differenze sostanziali:

- non più valida l'ipotesi che la particella incidente si mantiene sulla traiettoria iniziale
- urto tra particelle identiche → modifiche di natura puramente quantistica: indistinguibilità




modifiche nella Bethe - Bloch

Elettroni & Positroni

$$W_M = T_i / 2$$

$$L(\beta) \rightarrow L_e(\beta) \neq L(\beta)$$


$$-\frac{dE}{dx} = 0.1535 \rho \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} L_e(\beta)$$

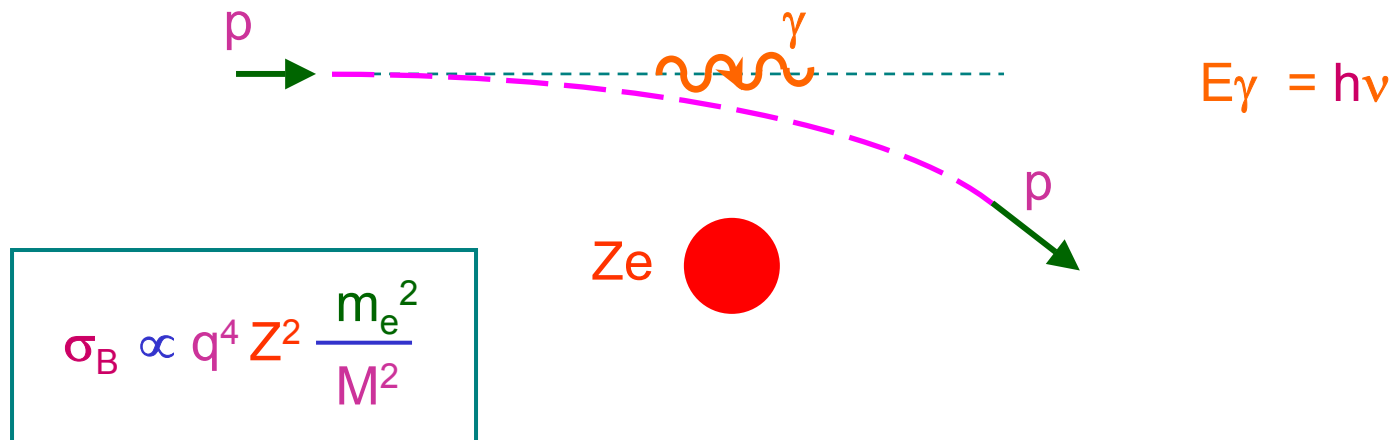
$$L_e(\beta) = \ln \left(\frac{m_e^2 (\gamma^2 - 1)^2}{2 I^2} \right) + F(\gamma) - \delta - 2 \frac{C}{Z}$$

dove la funzione F è diversa per elettroni e positroni

Elettroni & Positroni

2. Bremsstrahlung nel campo coulombiano del nucleo

accelerazione nel campo del nucleo atomico → deflessione della traiettoria ⊕ emissione di radiazione e.m. (fotoni)



$$p \equiv e^\pm \rightarrow M = m_e$$



$$\sigma_B (Z = 20) \sim 1 \text{ barn}$$

Elettroni & Positroni

N.B. – $\frac{\sigma_B^{(e)}}{\sigma_B^{(\mu)}} = \frac{m_\mu^2}{m_e^2} = 4 \times 10^4$ \longrightarrow bremms. importante solo per e^\pm (con $T > 10$ MeV)

luce di sincrotrone solo da macchine ad elettroni



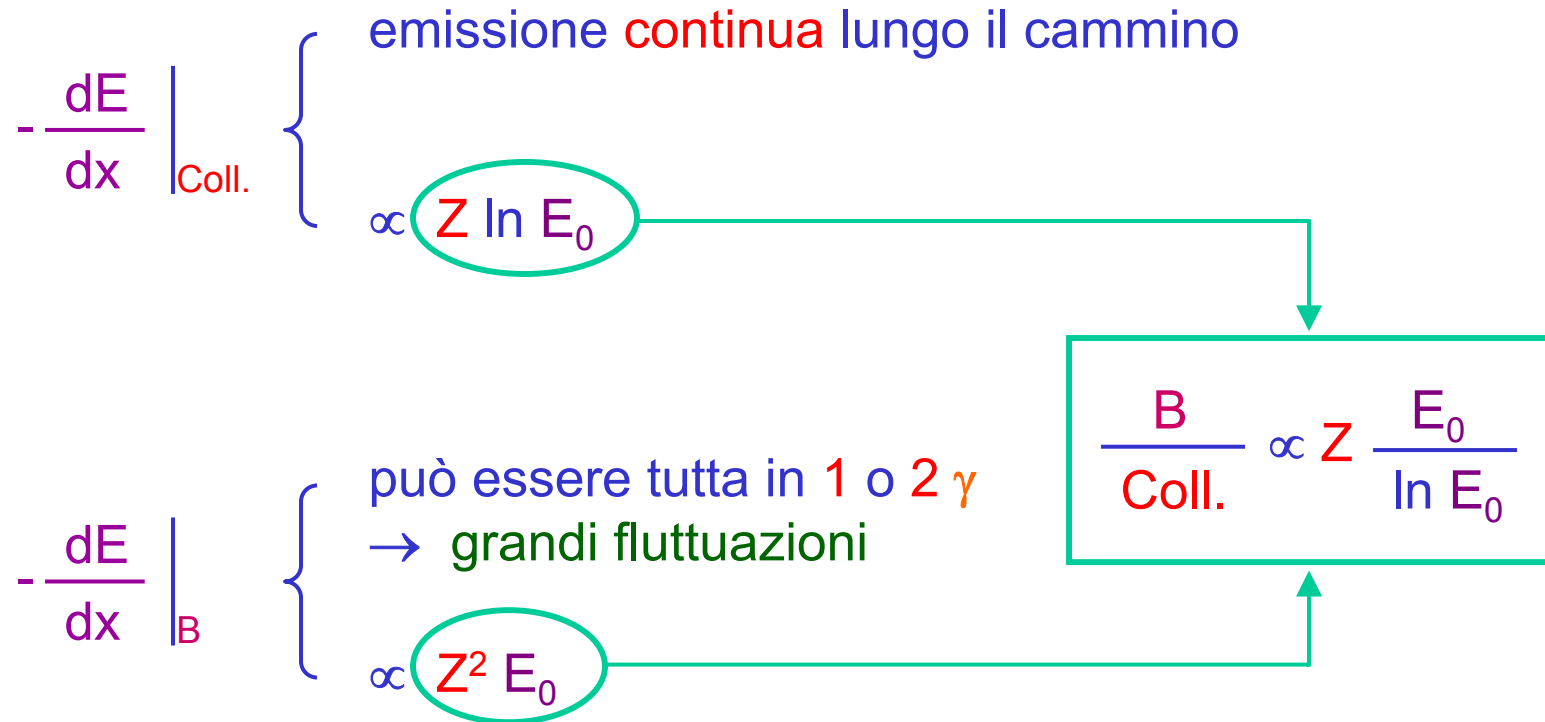
Perdita d'energia di e^\pm di energia iniziale $E_0 (= h\nu_0)$

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_B = N \int_0^{\nu_0} d\nu \, h\nu \frac{d\sigma}{d\nu}(E_0, \nu) = N E_0 \Phi_R$$

N.B. – $\frac{d\sigma}{d\nu} = \frac{G(Z)}{\nu}$ \longrightarrow Φ_R dipende solo dal materiale

Elettroni & Positroni

Confronto tra le perdite di energia associate alle
Collisioni atomiche e alla Bremsstrahlung



Elettroni & Positroni

2 parametri importanti :

1. Energia critica E_c

energia particella incidente per la quale risulta

$$-\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{Coll.}} = -\left. \frac{dE}{dx} \right|_{\text{B}}$$

$E > E_c \rightarrow$ domina Bremsstrahlung

e^\pm

$$E_c \sim \frac{800}{Z} \text{ MeV} \quad (\text{Bethe \& Heitler})$$

Elettroni & Positroni

2. Lunghezza di radiazione X_0

$$-\frac{dE}{dx} \Big|_B = N E \Phi_R \quad \longrightarrow \quad -\frac{dE_B}{E} = N \Phi_R dx$$

Limite di energie elevate:

- dominano perdite d'energia per **Bremsstrahlung**
- Φ_R indipendente da E



$$E = E_0 e^{-x/X_0}$$

$$X_0 = \frac{1}{N \Phi_R}$$

(X_0 = cammino necessario affinché $E \rightarrow E / e$)

Elettroni & Positroni

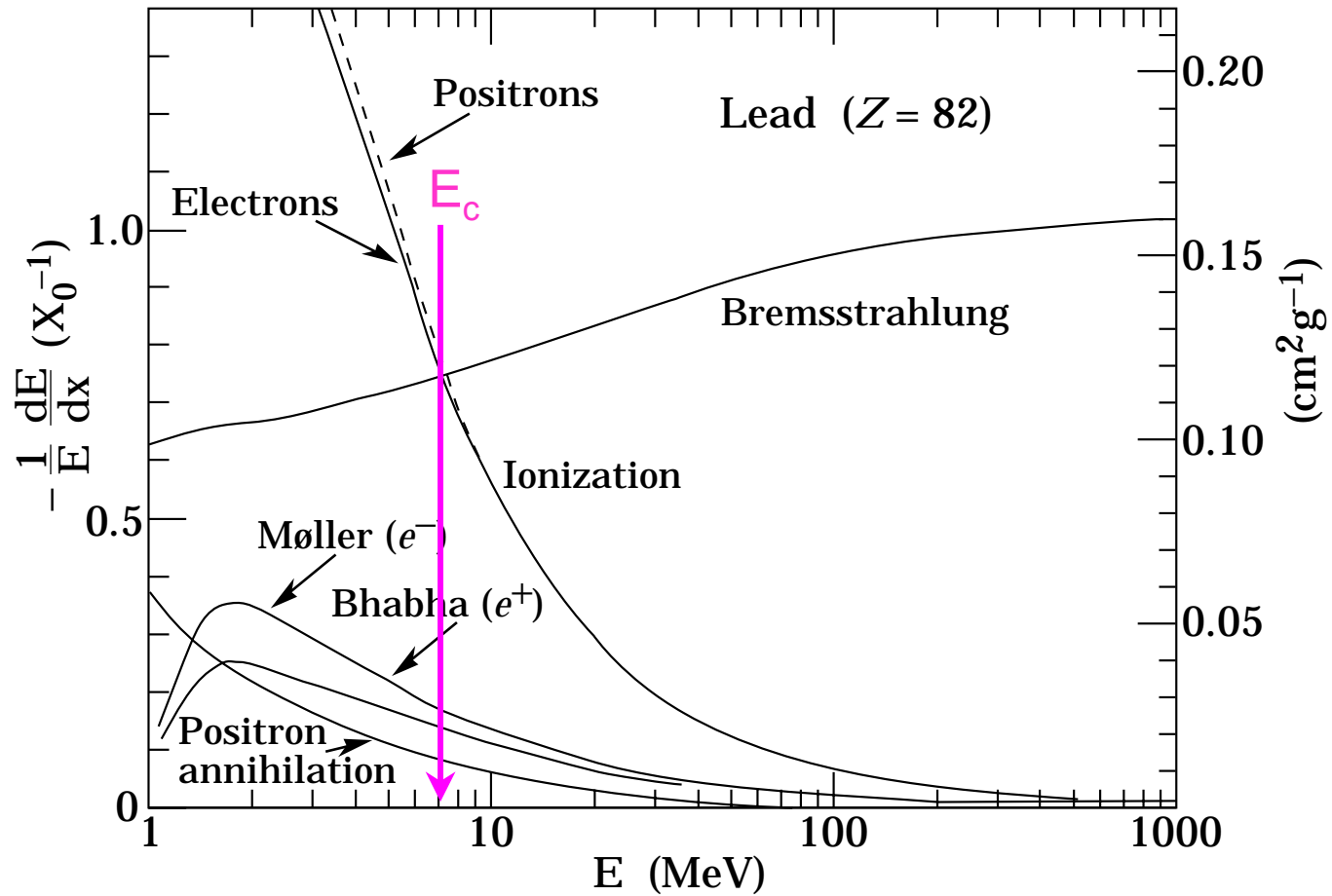
$$N.B. - t = \frac{x}{X_0} \quad \longrightarrow \quad -\frac{dE}{dt} = E$$

i.e. in termini della variabile t la perdita d'energia per Bremsstrahlung è indipendente dal materiale

$$(\Xi_0 = \rho X_0)$$

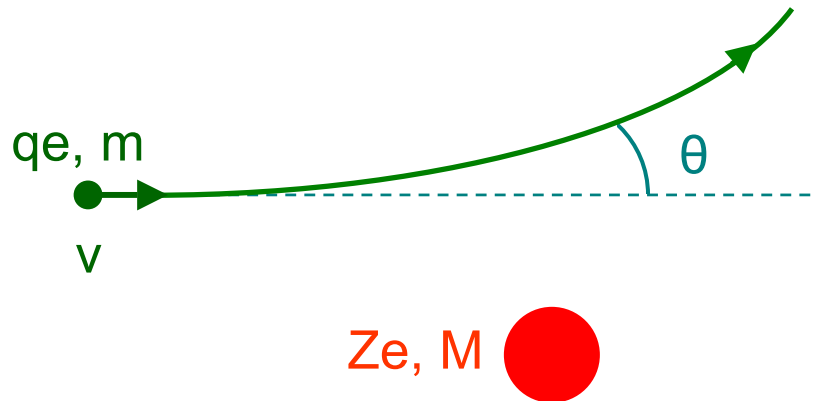
	X_0 (cm)	Ξ_0 (g · cm ⁻²)	E_c (MeV)
Air	30050	36.20	102
Pb	0.56	6.37	9.51
Al	8.9	24.01	51.0
NaI	2.59	9.49	17.4

Elettroni & Positroni



Scattering Coulombiano

Sezione d'urto « di quella relativa alle collisioni con gli e⁻ atomici



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{qZ e^2}{p v} \right)^2 \frac{1}{4 \sin^4 \frac{\theta}{2}}$$

(Rutherford)

Scattering Coulombiano

➤ $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ al denominatore  collisioni con piccole deviazioni sono quelle più probabili

➤ $M \gg m \rightarrow$ piccolo trasferimento d'energia al nucleo



particella nell'attraversare il materiale segue percorso random a zig-zag \rightarrow effetto netto: deviazione dalla traiettoria iniziale

Scattering Coulombiano

$D = n \cdot \text{medio}$ di diffusioni all'interno del materiale \rightarrow 3 regimi :

- i. **Single** : assorbitore molto sottile \rightarrow Probabilità ($D > 1$) $\ll 1$
 \rightarrow valida la formula di Rutherford
- ii. **Plural** : $D < 20$ \rightarrow caso più difficile da trattare: né Rutherford, né metodi statistici sono applicabili
- iii. **Multiple**: $D \geq 20$ \rightarrow caso più comune: se l'energia persa nella singola collisione è piccola posso applicare metodi statistici \rightarrow calcolo della distribuzione di probabilità per l'angolo di deflessione totale in funzione dello spessore di materiale attraversato

Scattering Coulombiano

Multiple Scattering: trascuro le diffusioni a grande angolo ($\theta > 10^\circ$)
→ approssimazione gaussiana

$$P(\theta) \propto \exp\left(-\frac{\theta^2}{\langle \theta^2 \rangle}\right)$$

$$\langle \theta^2 \rangle = \int d\Omega \theta^2 P(\theta)$$


N.B. - Stima empirica per $\langle \theta^2 \rangle$

Ipotesi

i. $Z > 20$

ii. $10^{-3} X_0 < x < 10 X_0$

Scattering Coulombiano


$$\langle \theta^2 \rangle^{1/2} \sim \frac{21 q}{p [\text{MeV}/c] \beta} \left(\frac{x}{X_0} \right)^{1/2} \quad [\text{rad}]$$

Livello di confidenza di questa formula $\sim 5\%$.
Diventa $\sim 20\%$ per bassi β e alti Z

N.B. - presenza di X_0 nella formula è puramente accidentale:
nessuna relazione tra Bremsstrahlung e il Multiple Scattering

Elettroni: $m_e \ll M \rightarrow$ alta probabilità di scattering a grande angolo
 \rightarrow probabilità non trascurabile di backscattering \rightarrow
albedo $\eta = N_{\text{back}} / N_{\text{inc}}$ può essere dell'ordine di 0.8 !!

Fotoni

Interazioni

1. effetto fotoelettrico
2. effetto Compton (inclusi Thomson e Rayleigh)
3. produzione di coppie e^+/e^-
4. reazioni nucleari (trascurabili)

- ❖ $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \ll \sigma$ (collisioni atomiche) \rightarrow raggi X e γ sono più penetranti di qualunque particella carica
- ❖ $1 \oplus 2 \oplus 3 \rightarrow$ rimozione fotone dal fascio \rightarrow fotoni che emergono dal materiale lungo la stessa direzione d'ingresso sono quelli che non hanno interagito \rightarrow no degradazione in energia ma solo attenuazione nell'intensità:

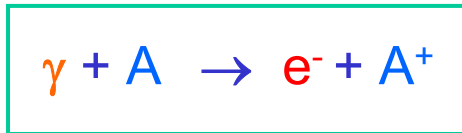
$$I = I_0 e^{-w x}$$

$$w = f(Z) \propto \sigma_{\text{tot}}$$

Fotoni

1. Effetto Fotoelettrico

assorbimento completo del fotone da parte di un elettrone atomico → espulsione elettrone di energia $E = h\nu - E_b$



energia di legame dell'elettrone

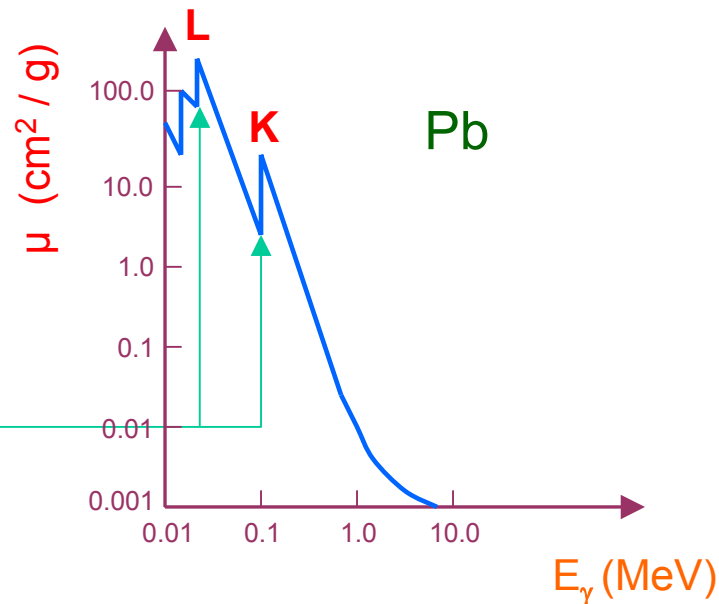
emissione e^- → creazione di uno ione con “vacanza” in una delle shell → riempimento della vacanza da parte di un e^- libero e/o tramite riarrangiamento degli e^- atomici → emissione di raggi X

N.B. - processo dominante per $E_\gamma = h\nu < 100 \text{ keV}$

Fotoni

μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

Absorption Edges
discontinuità per valori di $h\nu =$
alle energie di legame degli e^-
nelle diverse shell atomiche



Edge ad energia maggiore $\rightarrow e^-$ che risiede nella shell più interna (K). Edges ad energie minori per gli e^- che risiedono nelle shell più esterne (L, M, ...)

N.B. - forte dipendenza della sezione d'urto da $Z \rightarrow$ materiali ad alto Z sia come schermi che rivelatori di fotoni

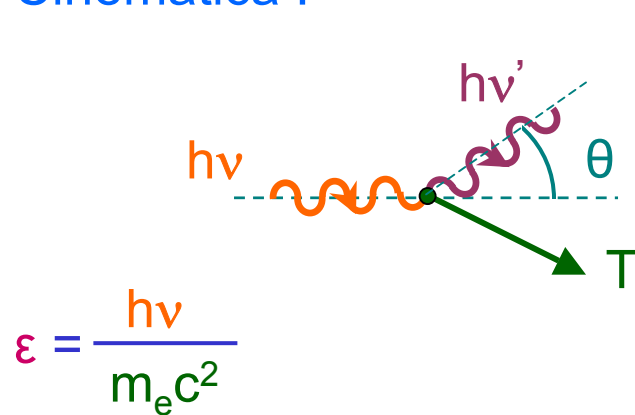
Fotoni

2. Effetto Compton

diffusione del fotone da parte di e^- quasi libero
(i.e la cui energia di legame può essere trascurata)



Cinematica :



$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \varepsilon (1 - \cos \theta)}$$

$$T = m_e c^2 \frac{1 - \cos \theta}{1 + \varepsilon (1 - \cos \theta)} \varepsilon^2$$

Fotoni

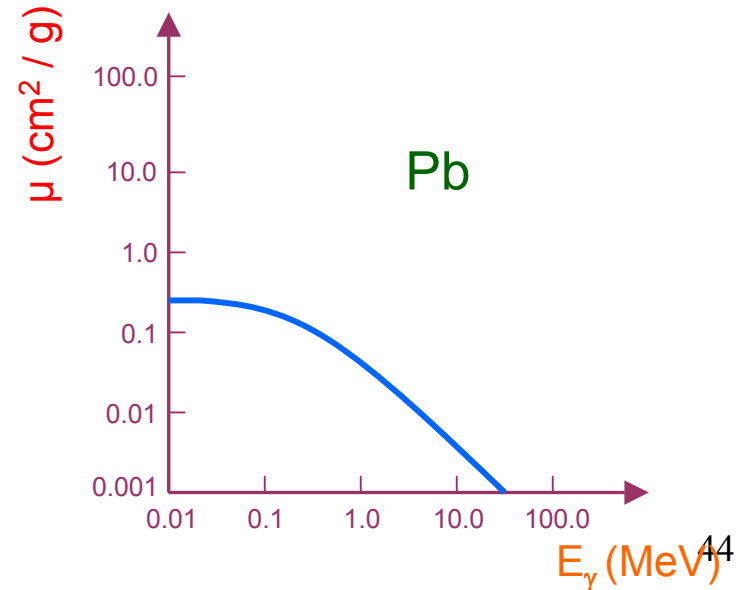
N.B. - casi particolari

i. $\theta = 0 \rightarrow \nu' = \nu \quad T = 0$

ii. $\theta = \pi \rightarrow h\nu' = \frac{h\nu}{1 + 2\varepsilon} \quad T = h\nu \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon} \quad (\text{Compton Edge})$

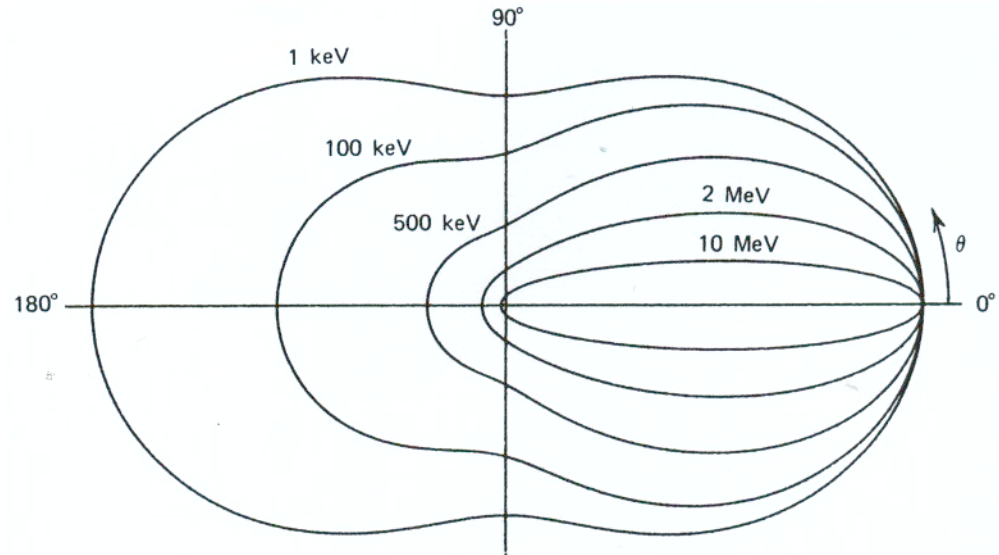
μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

N.B. - processo dominante
per $E_\gamma = h\nu \sim 1 \text{ MeV}$



Fotoni

distribuzione angolare
fotone diffuso



- basse energie ($E_\gamma \sim \text{keV}$): simmetria avanti - indietro → Rayleigh (diffusione coerente sull'intero atomo) e Thomson (diffusione classica su e^- libero) → no trasferimento d'energia al mezzo: solo cambiamento di direzione
- energie relativistiche ($E_\gamma > 2 \text{ MeV}$): distribuzione fortemente asimmetrica con prominente picco in avanti

Fotoni

3. Produzione di Coppie

creazione di coppia e^+/e^- per interazione del fotone nel campo coulombiano di un nucleo



N.B. - reazione inversa (crossing) della bremsstrahlung



- processo a soglia: $E_\gamma > 2m_e$ (~ 1 MeV)

- processo dominante per $E_\gamma = h\nu > 2$ MeV

Fotoni

μ vs. E_γ
(andamento qualitativo)

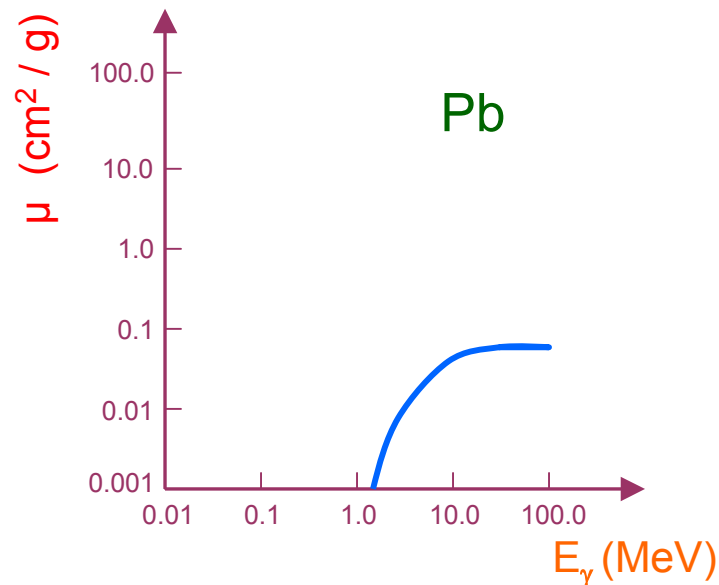
N.B. - valore asintotico del
coefficiente d'assorbimento

$$\mu^{(as.)} = \frac{7}{9} \frac{\rho}{X_0}$$



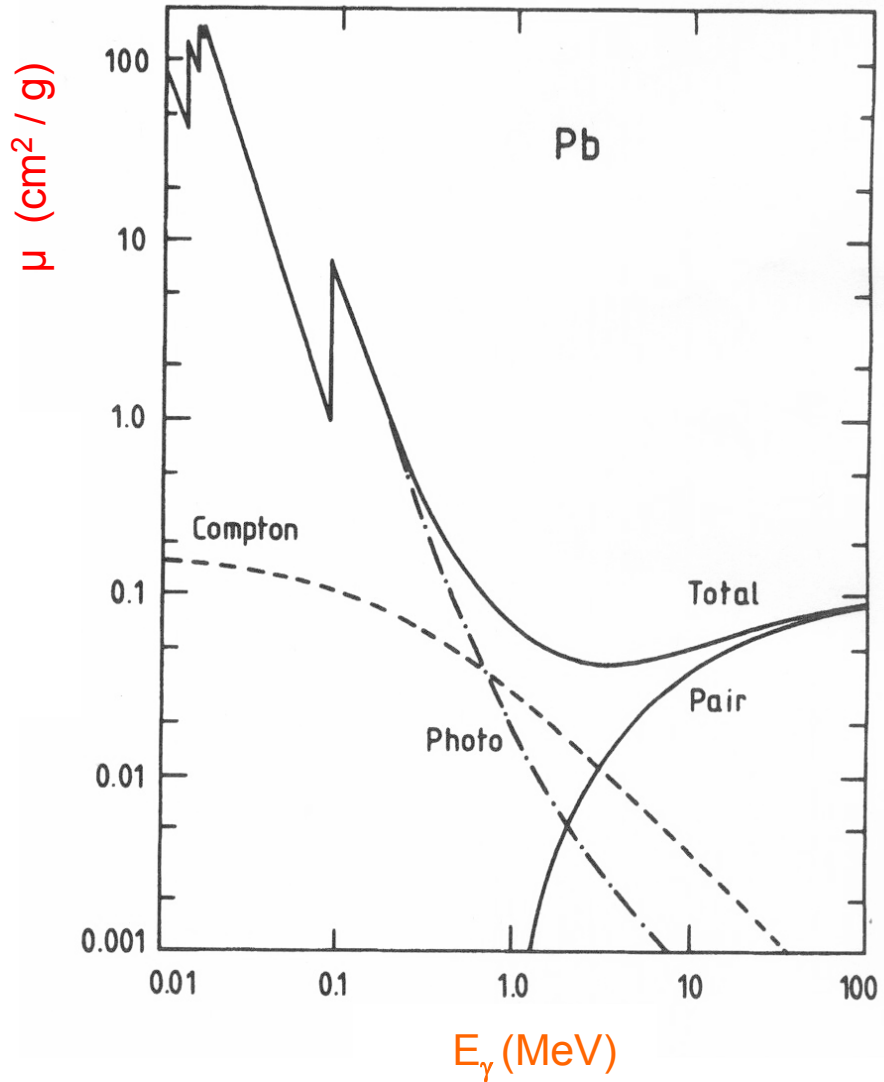
per fotoni di alta energia, X_0 = spessore
di materiale entro cui la creazione di
coppie avviene con probabilità

$$P = 1 - e^{-7/9} \cong 0.54$$



Fotoni

μ vs. E_γ



Riassunto Interazioni

Processo	n. Atomico	Energia
Ionizzazione	Z	$1 / \beta^2$
Bremsstrahlung	Z^2	E

Fotoelettrico	$Z^4 - Z^5$	$1 / E^{7/2} - 1 / E$
Compton	Z	$\ln E / E$
Coppie	Z^2	$\ln E$